ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2007, том 70, № 12, с. 2068–2076

ЯДРА

УВЕЛИЧЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ЗАПРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ β-РАСПАДОВ В СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д. В. Филиппов

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва
Поступила в редакцию 28.12.2006 г.; после доработки 19.04.2007 г.

Рассмотрены формфакторы уникальных запрещенных электронных β-распадов во внешнем постоянном однородном сверхсильном магнитном поле. Вследствие увеличения плотности незанятых связанных состояний электронов на ядре в сверхсильном магнитном поле происходит увеличение вероятности запрещенных и разрешенных электронных β-распадов. Показано, что из-за роста формфакторов относительное увеличение вероятности запрещенных электронных β-распадов в магнитном поле превышает относительное увеличение вероятности разрешенных распадов (при равной граничной энергии распада).

PACS: 21.10.Tg, 23.20.Nx, 23.40.-s, 26.60.+c

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования ядерных процессов в присутствии сверхсильного магнитного поля $H \gg \alpha^2 H_0 \sim \sim 2.35 \times 10^9$ Гс (α — постоянная тонкой структуры, $H_0 = c^3 m_e^2 e^{-1} \hbar^{-1} \sim 4.41 \times 10^{13}$ Гс, c — скорость света, m_e и e — масса и заряд электрона, $\hbar$ — постоянная Планка) представляют интерес в связи с вопросами излучения и динамики нейтронных звезд [1–5]. Магнитное поле $H \sim \alpha^2 H_0$ соответствует равенству лармoровского радиуса электрона боровскому, а при $H \sim H_0$ ларморовский радиус имеет величину порядка комптоновской длины волны электрона. Предполагается, что магнитные поля нейтронных звезд достигают величин $\sim 10^{13}$ Гс. Кадомцев [6], сверхсильное магнитное поле существенно меняет структуру атома. Изменения атомной электронной оболочки приводят к изменению энергии распада ядра, что, в свою очередь, меняет вероятность распада ядра [7, 8]. В работах [2] исследуется плазма атмосферы нейтронной звезды. Предполагается, что атмосфера и поверхностный слой внешней коры (несколько метров) нейтронной звезды имеют маленькую (для нейтронной звезды) плотность, до 10^4 г/см^3, и плазма поверхности не полностью ионизована. Таким образом, плазменная поверхность нейтронной звезды оказывается в сверхсильном магнитном поле, следовательно, для нее важны процессы распада в связанные состояния и другие процессы с участием атомной оболочки в сверхсильном магнитном поле, рассмотренные в настоящей работе. Заметим, что, поверхностный слой, несмотря на малый размер, определяет параметры выходящего из звезды излучения.

В [9] проведено релятивистское рассмотрение β-распада нейтрона в рамках уравнения Дирака в сверхсильном магнитном поле с учетом отдачи протона без учета связанных состояний электрона и позитрона. В [10] рассмотрен распад нейтрона в сверхсильном магнитном поле $H > H_0$ с учетом связанных состояний в рамках уравнения Бете–Солпитера. В таком большом поле электроны занимают только основной уровень Ландау поперечного движения. Обратное приближение $H < H_0$ не представляет интереса для рассмотрения β-распада нейтрона (энергия β-распада 782.45 кэВ), так как вероятность распада нейтрона в связанное состояние электрона и протона мала ($\sim 3 \times 10^{-6}$ в невозмущенном состоянии $H = 0$ [11]). Такое приближение имеет смысл для β-распадов с небольшими граничными энергиями (например, β-распад трития: энергия распада 18.61 кэВ, вероятности распада в связанное состояние: иона — $\sim 1\%$, атома — 0.6%), так как вероятность распада в связанное состояние растет с увеличением заряда ядра и уменьшением граничной энергии распада [11, 12]. В [13] в рамках уравнения Бете–Солпитера исследованы связанные состояния позитрония в магнитных полях $H \gg \alpha^2 H_0$ для основного состояния поперечного движения. Более подробное рассмотрение позитрония в магнитном поле проведено в [14].

В [15] в нерелятивистском приближении в рамках уравнения Шредингера определен спектр связанных состояний электронов в кулоновском поле ядра при наличии внешнего магнитного поля $H \gg \gg \alpha^2 H_0$. В [16, 17] в рамках уравнения Дирака рассмотрены состояния электрона в кулоновском поле ядра и внешнем магнитном поле $H \gg H_0$, которые принадлежат минимальному уровню Ландау поперечного движения: основное состояние [16] и спектр возбужденных связанных состояний продольного движения [17]. В [18] вычислено увеличение вероятности разрешенных β-распадов ядер с учетом связанных состояний электронов в электрическом поле ядра в рамках уравнения Дирака для случая, когда распад может происходить не только на основной, но и на возбужденные уровни Ландау. Главной причиной изменения вероятности является увеличение плотности незанятых связанных состояний электронов на ядре. Полученные в [18] результаты применимы при $H_0 > H \gg \gg \alpha^2 H_0$, поскольку при $H \geqslant H_0$ необходимо учитывать квантовые поправки к массе и магнитному моменту электрона [14, 19].

Для запрещенных β-распадов помимо увеличения плотности незанятых связанных состояний происходит изменение формфакторов распада, которые зависят от лептонных функций распределения. В [20] рассмотрены вероятности уникальных запрещенных и разрешенных β-распадов в связанное состояние электрона при ионизации атома. В настоящей работе определены формфакторы уникальных запрещенных β-распадов в сверхсильном магнитном поле $H_0 > H \gg (\alpha Z)^2 H_0$ для ядер с небольшими зарядами $Z \ll \alpha^{-1}$. Рассматриваемые поля являются сверхсильными в атомном масштабе, но малыми по отношению к ядерным полям. Их влияние на β-распад происходит опосредованно: магнитное поле меняет связанные состояния электронов, что приводит к изменению распада в связанное состояние. При этом в настоящей работе полагается, что магнитное поле не меняет ядерных составляющих матричных элементов распада.

В земных условиях сверхсильные импульсные магнитные поля достижимы в мощных фемтосекундных лазерах [21]. Плотность энергии на мишени в импульсе длительностью >100 фс достигает 10^{20} Вт/см^2. Экспериментально подтверждено наличие магнитного поля $(0.7 \pm 0.1) \times 10^9$ Гс [22]. Несмотря на то что время воздействия мало ($\sim 10^{-13}$ с), его достаточно для протекания атомных процессов [23] и наблюдения изменения периодов распадов изомеров [24].

2. МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЗАПРЕЩЕННЫХ β-РАСПАДОВ

Определим, как зависят ненулевые матричные элементы запрещенных β-распадов от напряженности внешнего магнитного поля. При этом считаем, что магнитное поле меняет только электронные функции распределения. Полная вероятность β-распада ядра, λ, равна (пользуемся релятивистскими единицами $\hbar = c = m_e = 1$):

$$\lambda = \frac{g^2}{2\pi^3} \sum_l |M(l)|^2, \tag{1}$$

где g — константа слабого взаимодействия, $M(l)$ — матричный элемент распада в определенное состояние лептонов, характеризуемое набором квантовых чисел l, сумма берется по всем возможным состояниям лептонов. В общем случае в приближении независимых нуклонов в рамках $V{-}A$-теории слабого взаимодействия M представляет собой сумму пяти слагаемых: $M(l) = \sum\limits_a C_a M_a(l)$, $a = S, V, T, A, P$ (скаляр, вектор, тензор, аксиальный вектор и псевдоскаляр), C_a — соответствующие константы связи [25, 26];

$$M_a(l) = \int \left[\sum_i \bar{\Psi}' O_{a,i} \tau_i \Psi\right] \times \times \left[\bar{\psi}_e O_{a,L} \left(1+\gamma^5\right) \psi_\nu\right] d^3 r + \text{э.с.}, \tag{2}$$

где Ψ и Ψ' — начальная и конечная волновые функция ядра, представляющие собой произведение спиноров всех нуклонов; τ_i — оператор, переводящий i-й нейтрон ядра в протон (сумма по i берется по всем нуклонам ядра), ψ_e и ψ_ν — спиноры, описывающие электрон и нейтрино; $\bar{\psi}$ — дираковское сопряжение; $O_S = 1$; $O_V = \gamma^\mu$; $O_T = \gamma^\mu \gamma^\nu$; $O_A = \gamma^\mu \gamma^5$; $O_P = \gamma^5$; γ — матрицы Дирака ($\gamma^5 = = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$), μ, $\nu = 0, 1, 2, 3$; э.с. — эрмитовое сопряжение; у матриц O_a индекс i обозначает действие на i-й нуклон, L — действие на лептонную функцию; интегрирование производится по объему ядра.

Далее ядро описываем в нерелятивистском (паулиевском) приближении независимых нуклонов в системе покоя ядра и пренебрегаем импульсом отдачи (начало системы координат расположим в центре ядра). С учетом соотношений между дираковскими и паулиевскими матрицами σ^j

$$\gamma^{j=1,2,3} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix}$$

матричные элементы упрощаются (псевдоскалярный матричный элемент в этом приближении равен нулю):

$$M_S = \int \Re_V(\mathbf{r}) \bar{\psi}_e \left(1+\gamma^5\right) \psi_\nu d^3 r, \tag{3}$$

$$M_V = \int \Re_V(\mathbf{r}) \bar{\psi}_e \gamma^0 \left(1+\gamma^5\right) \psi_\nu d^3 r,$$

$$M_T = \int \Re_{Aj}(\mathbf{r})\,\bar{\psi}_e \gamma^0 \gamma^j \left(1+\gamma^5\right)\psi_\nu d^3r,$$

$$M_A = \int \Re_{Aj}(\mathbf{r})\,\bar{\psi}_e \gamma^j \left(1+\gamma^5\right)\psi_\nu d^3r,$$

$$\Re_V(\mathbf{r}) = \sum_i \Psi'^{+}_{\mathrm{P}} \tau_i \Psi_{\mathrm{P}},$$

$$\Re_{Aj}(\mathbf{r}) = \sum_i \Psi'^{+}_{\mathrm{P}} \sigma_{j,i} \tau_i \Psi_{\mathrm{P}},$$

где Ψ_P и Ψ'_P — начальная и конечная волновые функция ядра в паулиевском приближении, Ψ^+ — эрмитовое сопряжение, по повторяющимся индексам производится суммирование, $\sigma_{j,i}$ действует на i-й нуклон.

Расчет полной вероятности β-распада запрещенного перехода проводится по следующей схеме: определяются матричные элементы и вероятность перехода для определенных состояний электрона и нейтрино, затем полученная вероятность суммируется по всем допустимым состояниям лептонов с учетом законов сохранения. Сложность расчета вероятности запрещенных распадов заключается в том, что вклады различных порядков разложения по r разных матричных элементов (3), которые определяются конкретными ядерными функциями, могут быть сравнимыми по величине.

Представим угловые зависимости всех подынтегральных функций матричных элементов распада (3) в виде разложения по ортонормированным сферическим функциям [27]:

$$Y_l^m(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}\frac{(2l+1)}{4\pi}} P_l^m(\cos\theta)\, e^{im\varphi}, \quad (4)$$

где $P_l^m(\cos\theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра. Известно правило произведения сферических функций [27]:

$$Y_{l_1}^{m_1}(\theta,\varphi)\, Y_{l_2}^{m_2}(\theta,\varphi) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{l=l_{\min}}^{l_1+l_2} \tilde{C}^l_{l_1,m_1,l_2,m_2} Y_l^{m_1+m_2}(\theta,\varphi), \quad (5)$$

где

$$l_{\min} = \max\left(|l_1 - l_2|\,; m_1 + m_2\right). \quad (6)$$

Коэффициенты $\tilde{C}^l_{l_1,m_1,l_2,m_2}$ выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана:

$$\tilde{C}^l_{l_1,m_1,l_2,m_2} = \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)}{(2l+1)}} C^{l,0}_{l_1 0, l_2 0} C^{l,m_1+m_2}_{l_1 m_1, l_2 m_2}. \quad (7)$$

Значения коэффициентов Клебша–Гордана приведены в [27].

Разрешенными β-распадами являются переходы, для которых среднее по ядру значение хотя бы одной ядерной функции $\langle\Re_V\rangle$ или $\langle\Re_{Aj}\rangle$ отлично от нуля, т.е. в соответствующем разложении функции по сферическим гармоникам (4) коэффициент при Y_0 отличен от нуля. При таком распаде четность ядра не меняется. Если $\Re_V(0) \neq 0$, то спин ядра не меняется. Если $\Re_{Aj}(0) \neq 0$ (при некоторых j), то спин ядра меняется на единицу или не меняется (переход $0 \to 0$ исключен). Так как характерные масштабы изменения лептонных функций велики по сравнению с размером ядра, то в вероятность разрешенных распадов основной вклад дают значения лептонных функций в центре ядра.

Для запрещенных распадов среднее по ядру значение ядерных функций: $\langle\Re_V\rangle = 0$ и $\langle\Re_{Aj}\rangle = 0$ при всех j. Разложение по сферическим гармоникам функций $\Re_V(\mathbf{r})$ и $\Re_{Aj}(\mathbf{r})$ запрещенного β-распада начинается с гармоники Y_k; в общем случае для всех функций $\Re$ индексы k различны. Наименьший из всех индексов k называется порядком запрета β-распада. Для k выполняются следующие правила [25, 26]: пусть ΔI — изменение спина ядра, а $\Delta\pi = \pm 1$ — изменение четности ($+1$ — четность не меняется); если $\Delta\pi = (-1)^{\Delta I}$, то $k = \Delta I$, если $\Delta\pi = (-1)^{\Delta I+1}$, то $k = |\Delta I - 1|$ и такие переходы являются уникальными. Данное определение порядка запрета включает разрешенные переходы ($k = 0$). Для уникальных переходов среди матричных элементов (3) основным является только один из тензорных (T), а вклады остальных являются малыми. Так как сферические функции ортогональны, то разложение лептонных произведений ненулевого матричного элемента также должно содержать сферические функции с нижним индексом, большим или равным k. Так как интегрирование в матричных элементах (3) проводится по объему ядра, размер которого считаем самым малым параметром по сравнению с характерными масштабами изменений лептонных функций, то для оценки матричных элементов (3) достаточно определить главный член разложения лептонных функций внутри ядра по радиусу r.

Известно [28], что два класса решений уравнения Дирака для нейтрино с импульсом p в сферической системе координат (r, φ, θ) представляют собой спиноры:

$$\psi_{jm}^{(\pm)}(r,\theta,\varphi)=\begin{pmatrix} X_1^{\pm}R_{p,l_u}(r) & Y_{l_u}^{m^-}(\theta,\varphi)\\ \mp X_2^{\mp}R_{p,l_u}(r) & Y_{l_u}^{m^+}(\theta,\varphi)\\ -iX_1^{\mp}R_{p,l_d}(r) & Y_{l_d}^{m^-}(\theta,\varphi)\\ -iX_2^{\pm}R_{p,l_d}(r) & Y_{l_d}^{m^+}(\theta,\varphi)\end{pmatrix}, \tag{8}$$

где $m^+=m$; $m^-=m-1$; $l_u=j\mp 1/2$; $l_d=j\pm\pm 1/2$;

$$X_1^{\pm}=\sqrt{\frac{j+1/2\pm m^-}{2j+1\mp 1}};\quad X_2^{\pm}=\sqrt{\frac{j+1/2\pm m^+}{2j+1\pm 1}};$$

j — квантовое число полного углового момента (полуцелое); m — магнитное квантовое число (целое); два знака относятся к двум состояниям спина: верхний — по направлению полного момента нижний — против; $R_{p,l}$ выражается через функции Бесселя полуцелого порядка (l — целое):

$$R_{p,l}(r)=\sqrt{\frac{\pi p}{r}}J_{l+\frac{1}{2}}(pr)\to\frac{\sqrt{2}p^{l+1}}{(2l+1)!!}r^l \tag{9}$$

при $r\to 0$.

В цилиндрических координатах (ρ, φ, z) решения уравнения Дирака для электрона с энергией E во внешнем постоянном магнитном поле напряженности H и центральном электрическом поле ядра представим в виде

$$\psi_{ns}(t,\rho,\varphi,z)=\sqrt{\frac{eH}{8\pi}}\exp(-iEt)\times \tag{10}$$

$$\times\begin{pmatrix}\sqrt{1\pm E_0^{-1}} & J_{n,s,1}^{-}(\rho,\varphi,z)\\ \pm\sqrt{1\mp E_0^{-1}} & J_{n,s,2}^{+}(\rho,\varphi,z)\\ i\sqrt{1\pm E_0^{-1}} & J_{n,s,2}^{-}(\rho,\varphi,z)\\ \pm i\sqrt{1\mp E_0^{-1}} & J_{n,s,1}^{+}(\rho,\varphi,z)\end{pmatrix},$$

где t — время,

$$J_{n,s,h}^{+}(\rho,\varphi,z)\equiv I_{n,s}(\tfrac{1}{2}eH\rho^2)e^{i(n-s)\varphi}\zeta_h(z),$$
$$J_{n,s,h}^{-}(\rho,\varphi,z)=J_{n-1,s,h}^{+}(\rho,\varphi,z),\ h=1,\ 2,$$

$I_{n,s}$ — функции Лагерра, $\zeta_{1,2}(z)$ — функции продольного движения, которые выражаются через функции Уиттекера (четности функций ζ_1 и ζ_2 всегда различны), n — номер уровня Ландау, s — радиальное квантовое число, $E_0=\sqrt{1+2neH}$. В (10) попарно совпадают поперечные (радиальные) функции первой и третьей компонент спинора, а также второй и четвертой. Продольные зависимости имеют другой характер: $\zeta_{1,2}(z)$ попарно совпадают для первой и четвертой компонент, а также второй и третьей, что отмечено в [18]. Для основного уровня Ландау ($n=0$) первая и третья компоненты спинора (10) равны нулю, что упрощает систему уравнений, которая решена в [17].

Перейдем от цилиндрических координат к сферическим. Для малых радиусов $eH\rho^2\ll 1$ (это приближение допустимо, так как размеры ядра малы по сравнению с ларморовским радиусом) первым членом разложения радиальной части по степеням r будет

$$J_{n,s,h}^{\pm}(r,\theta,\varphi)=\frac{1}{l_e^{\pm}!}\sqrt{\frac{\tilde{n}^{\pm}!}{s!}}\times \tag{11}$$

$$\times\left(\sqrt{\frac{1}{2}eH}r\sin\theta\right)^{|l_e^{\pm}|}\zeta_h(r\cos\theta)e^{il_e^{\pm}\varphi}\approx$$

$$\approx N_{n,s}^{\pm}\left(\sqrt{\tilde{n}^{\pm}eH}r\sin\theta\right)^{|l_e^{\pm}|}\zeta_h(r\cos\theta)e^{il_e^{\pm}\varphi},$$

где

$$\tilde{n}^{\pm}=n-\tfrac{1}{2}\pm\tfrac{1}{2},\quad l_e^{\pm}=\tilde{n}^{\pm}-s,$$

$$N_{n,s}^{+}=\frac{1}{(n-s)!}\sqrt{\frac{n!}{s!\,(2n)^{(n-s)}}},$$

$$N_{n,s}^{-}=N_{n-1,s}^{+}.$$

В квазиклассическом случае при небольших l_e ($n\gg l_e$) получаем, что коэффициенты $N_{n,s}$ не зависят от параметров n и H (здесь и далее для упрощения записи индексы “$\pm$” будем опускать в тех случаях, когда это не вызовет недоразумений):

$$N_{n,s}=\frac{1}{l_e!}\sqrt{\frac{(n-l_e+1)(n-l_e+2)...n}{(2n)^{l_e}}}\sim\frac{1}{l_e!\sqrt{2^{l_e}}}. \tag{12}$$

Характерный масштаб изменения продольных функций $\zeta_{1,2}(z)$ порядка боровского радиуса $(\alpha Z)^{-1}$ [17, 18], который в рассматриваемом сверхсильном магнитном поле много больше ларморовского радиуса. Следовательно, в (11) для функций $\zeta_{1,2}(z)$ можно оставить только главный член разложения по z. Зависимости компонент спинора (10) от пространственных координат содержатся в функциях $J_{n,s,h}$ (11), которые можно разложить по сферическим гармоникам (4). Для четной $\zeta_h(z)$

$$J_{n,s,h}(r,\theta,\varphi)\approx \tag{13}$$

$$\approx\frac{1}{\sqrt{\pi}}AN_{n,s}\left(\sqrt{neH}\,r\right)^{l_e}\sum_{l'=l_e}^{\infty}a_{l_el'}Y_{l'}^{l_e}(\theta,\varphi),$$

$$a_{l_1l_2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(l_2-l_1)!\,(2l_2+1)}{(l_2+l_1)!}}\times$$

$$\times \int_0^{\pi} \sin^{l_1+1}\theta P_{l_2}^{l_1}(\cos\theta)\, d\theta,$$

где $A \equiv \zeta_h(0)$. Амплитуда A определяется условием нормировки. Для связанных (в продольном направлении) состояний с квантовым числом продольного движения κ (где κ не целое) — это условие [13, 17, 18]

$$A \sim \sqrt{\frac{\alpha Z}{\kappa}}. \qquad (14)$$

Для возбужденных уровней κ стремится к целым значениям; для основного состояния продольного движения (минимальное κ) амплитуда и энергия логарифмически зависят от H [13–18], так как κ_0 является решением уравнения

$$\kappa_0^{-1} = 2\ln\left(\frac{\kappa_0\sqrt{eH}}{2E_0\alpha Z}\right). \qquad (15)$$

С логарифмической точностью κ_0 под логарифмом можно пренебречь. Среди первых 10 коэффициентов $a_{ll'}$ $(l, l' \leqslant 3)$ ненулевыми будут:

$$a_{00} = 1, \quad a_{11} = -\sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad (16)$$
$$a_{22} = 2\sqrt{\frac{2}{15}}, \quad a_{33} = \frac{-4}{\sqrt{35}}.$$

Вклад нечетных состояний продольного движения в матричные элементы распада мал, так как в разложениях $J_{n,s,h}$ по сферическим функциям множители нечетного состояния относятся к множителям четного как радиус ядра к ларморовскому радиусу электрона.

Для запрещенного перехода порядка k исследуем первые ненулевые члены разложения пространственной части лептонных произведений подынтегральных выражений (3) по сферическим функциям. Из (8) и (10) для отдельных произведений получаем

$$\psi_e^{(t)*}\psi_\nu^{(i)} = K^{(ti)}\sqrt{eH}p^{l_\nu+1}\left(\sqrt{neH}\right)^{l_e} \times \qquad (17)$$
$$\times\, r^{l_e+l_\nu} Y_{l_\nu}^m(\theta,\varphi) \sum_{l'=l_e}^{\infty} a_{l_e l'} Y_{l'}^{l_e}(\theta,\varphi),$$

где l_ν равно l_u или l_d соответственно для “верхних” или “нижних” компонент,

$$K^{(ti)} = \frac{A}{2\pi}\sqrt{1 \pm E_0^{-1}}\,\frac{N^{(t)}X^{(i)}}{(2l_\nu+1)!!}, \qquad (18)$$
$$N^{(1)} = N^{(3)} = N^{-}_{n,(n-1-l_e^-)},$$
$$N^{(2)} = N^{(4)} = \pm N^{+}_{n,(n-l_e^+)},$$
$$X^{(1)} = X_1^{\pm}, \quad X^{(2)} = \mp X_2^{\mp},$$
$$X^{(3)} = X_1^{\mp}, \quad X^{(4)} = X_2^{\pm}.$$

Для расчета матричных элементов необходимо знать разложение ядерной части матричного элемента по сферическим функциям, которое для конкретного распада можно получить, пользуясь моделью ядерных оболочек [25, 29]. Главный член каждого произведения (17) — это член с минимальным значением степени радиуса r, которая всегда равна сумме нижнего индекса нейтринной сферической функции и верхнего индекса электронной сферической функции. Пользуясь правилами умножения сферических функций (5) и учитывая очевидное неравенство

$$l_\nu + l_e \geqslant \max\left(|l_\nu - l_e|, m + l_e\right)$$

(так как $l_\nu \geqslant m$ и $l_\nu + l_e \geqslant |l_\nu - l_e|$), получаем, что главный член разложения лептонных произведений равен:

$$\psi_e^{(t)*}\psi_\nu^{(i)} = a_{l_e l_e}\tilde{C}^{l_e+l_\nu}_{l_e,l_e,l_\nu,l_\nu}K^{(ti)}\sqrt{eH} \times \qquad (19)$$
$$\times\, p^{l_\nu+1}\left(\sqrt{neH}\right)^{l_e} r^{l_e+l_\nu} Y^{l_e+m}_{l_e+l_\nu}(\theta,\varphi).$$

Следовательно, для запрещенного β-распада порядка k в сверхсильном магнитном поле правилами отбора лептонных состояний будут $l_\nu + l_e^+ = k$ или $l_\nu + l_e^+ = k+1$, т.е. условия, формально аналогичные соответствующим правилам в отсутствии внешних полей. Однако существенное отличие состоит в том, что для электронной функции распределения l_e является не квантовым числом орбитального момента импульса (который в данной геометрии не сохраняется), а проекцией момента импульса на направление магнитного поля.

Пользуясь соотношениями (19), можно получить выражения для всех матричных элементов запрещенных распадов в сверхсильном магнитном поле. Однако в общем случае (без точного знания ядерных функций) это не приведет к определенному результату: коэффициенты в (19) различны для разных компонент спиноров (t и i), следовательно, зависимости разных матричных элементов (3) от напряженности магнитного поля будут различны. Так как в вероятность запрещенных β-распадов разные матричные элементы (3) могут давать сравнимый вклад, зависимость полной вероятности распада от напряженности магнитного поля определяется отношениями моментов ядерных частей матричных элементов

$$M_{Nk} = \int \Re(\mathbf{r})\, r^k Y_k(\theta,\varphi)\, d^3r, \qquad (20)$$

где $\Re$ — соответствующие функции $\Re_V$ или $\Re_{Aj}$ (по k суммирования нет). Указанные моменты M_{Nk} индивидуальны для каждого распада [25, 29].

3. УНИКАЛЬНЫЕ ЗАПРЕЩЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Для уникальных запрещенных переходов порядка $k > 0$ определяющий вклад в вероятность β-распада вносит только один матричный элемент — тензорный (3) с изменением момента импульса $\Delta I = k + 1$ [26]. В этом случае (как и в случае разрешенных распадов) при вычислении полной вероятности ядерную часть матричного элемента можно вынести из-под знака суммирования по лептонным состояниям в (1):

$$\lambda = \frac{g^2}{2\pi^3} \left|M_{Nk}\right|^2 f_k\left(Z, Q\right),$$

где M_{Nk} (20) — соответствующий первый ненулевой момент ядерной части матричного элемента (3) [25], f_k — интегральная функция Ферми [26], Q — граничная энергия распада. В невозмущенном случае (отсутствие внешнего магнитного поля)

$$f_k\left(Z, Q\right) = \tag{21}$$

$$= \int_1^Q F\left(Z, E\right) E \sqrt{E^2 - 1} \left(Q - E\right)^2 S_k\left(E, Q\right) dE,$$

где F — функция Ферми, учитывающая отличие плотности электронов на ядре от плотности свободных частиц, Q — граничная энергия распада, S_k — невозмущенный формфактор уникального спектра порядка запрета k [25, 26]. Например, $S_1 = p^2 L_0 + 9L_1$, значения $L_{0,1}$ табулированы [26]. Если пренебречь электрическим полем ядра, то $S_1 \approx p^2 + \left(E^2 - 1\right)$. В [26] табулированы также и отношения интегральной функции Ферми уникального распада к функции Ферми разрешенного распада одинаковой граничной энергии, f_k/f_0.

При наложении внешнего сверхсильного магнитного поля из (19) с учетом (12), (18) получаем, что вероятность распада (1) в определенное состояние электрона с квантовым числом поперечного движения n и квантовым числом продольного движения κ, просуммированная по всем значениям l_e, равна:

$$\lambda^H_{n\kappa} = GA^2 eHp^2 \sum_{l=0}^{k} T^k_l \left(neH\right)^l p^{2(k-l)}, \tag{22}$$

$$G = \frac{g^2}{2\pi^3} \left|M_N\right|^2,$$

$$T^k_l = \frac{1}{2^l} \left(\frac{a_{ll} \tilde{C}^k_{l,l,k-l,k-l}}{l! \left(2k - 2l + 1\right)!!} \right)^2.$$

Учитывая, что сумма энергии нейтрино и электрона равна граничной энергии β-распада Q, получаем

$$\lambda^H_{n\kappa} = GA^2 eH \left(Q - E\left(n, \kappa\right)\right)^2 S^H_k \left(E\left(n, \kappa\right), Q\right), \tag{23}$$

где S^H_k — формфактор запрещенного распада в магнитном поле:

$$S^H_k\left(E, Q\right) = \sum_{l=0}^{k} T^k_l \left(neH\right)^l \left(Q - E\right)^{2(k-l)}. \tag{24}$$

Для разрешенных распадов ($k = 0$, $S_0 = 1$) выражение (23) совпадает с полученным ранее [18]. В рассматриваемом магнитном поле электроны могут занимать состояния непрерывного спектра:

$$E_c\left(n, \kappa\right) = \sqrt{1 + 2neH + \kappa^2}, \tag{25}$$

или связанные в электрическом поле ядра состояния дискретного спектра:

$$E_b\left(n, \kappa\right) = \sqrt{\frac{1 + 2neH}{1 + \left(\alpha Z/\kappa\right)^2}}. \tag{26}$$

В пределах применимости $1 > eH \gg (\alpha Z)^2$ для основного уровня продольного движения κ_0 (15) в (25) выполняется соотношение

$$\frac{\alpha Z}{\kappa_0} \sim \sqrt{eH} \left(\frac{2\alpha Z}{\sqrt{eH}}\right) \ln\left(\frac{\sqrt{eH}}{2\alpha Z}\right) < \frac{\ln x}{x} < \frac{1}{2},$$

(через x обозначен аргумент логарифма).

В квазиклассическом случае при $neH \ll 1$ и $\varepsilon_\kappa < \varepsilon_0 \ll 1$, где ε_κ — энергия связи состояния κ, ε_0 — энергия связи основного состояния, из (26) получаем спектр, совпадающий с нерелятивистским [15]:

$$E_b\left(n, \kappa\right) = 1 + neH - \varepsilon_\kappa,$$

но (26) применимо и для высоких уровней Ландау $neH > 1$. Энергия связи основного (κ_0) и возбужденных состояний равна:

$$\varepsilon_\kappa = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha Z}{\kappa}\right)^2. \tag{27}$$

Для распадов в непрерывный спектр электронов с фиксированной энергией E из (23) получаем

$$\lambda^H_{cE} = GA^2 \sum_{n=1}^{N_{\max}} eH \left(Q - E\right)^2 S^H_k\left(E, Q\right), \tag{28}$$

где

$$N_{c\max} = \left(E^2 - 1\right)/2eH, \tag{29}$$

κ определяется для каждого n из условия

$$\kappa_n = \pm\sqrt{E^2 - 1 - 2neH}. \tag{30}$$

В квазиклассическом случае $n \gg 1$ переходим в сумме (28) к интегралу по $x = neH$:

$$\lambda^H_{cE} = GA^2 \left(Q - E\right)^2 \sum_{l=0}^{k} T^k_l \times \tag{31}$$

$$\times \int\limits_0^{(E^2-1)/2} x^l\,(Q-E)^{2(k-l)} dx =$$
$$= GA^2 \sum_{l=0}^{k} \frac{T_l^k}{(l+1)\,2^{l+1}} \times$$
$$\times (Q-E)^{2(k-l)+2} \left(E^2-1\right)^{l+1}.$$

Получаем, что вероятность распада в непрерывный спектр электронов определенной энергии E и, следовательно, полная вероятность распада в непрерывный спектр не зависят от величины магнитного поля. Причина этого, как и в случае разрешенных распадов [18], состоит в том, что хотя плотность состояния с определенной энергией растет с увеличением поля пропорционально напряженности H (10), но количество возможных состояний уменьшается обратно пропорционально H (29).

4. РАСПАД В СВЯЗАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Рассмотрим β-распад в связанные состояния, образующиеся во внешнем магнитном поле и кулоновском поле ядра. Сверхсильное магнитное поле качественно меняет структуру связанных состояний электронов в поле ядра. Для каждого уровня поперечного движения электрона (уровня Ландау) появляется спектр связанных состояний (26), в которые может происходить β-распад. Эти состояния отсутствовали в невозмущенном (без магнитного поля) случае. Вероятность распада в определенное состояние продольного движения, просуммированная по всем уровням Ландау, равна:

$$\lambda_{b\kappa}^H = G\frac{\alpha Z}{\kappa} \sum_{n=1}^{N_{0\,\max}} eH\,(Q-E_b\,(n,\kappa))^2 \times \tag{32}$$
$$\times S_k^H\,(E_b\,(n,\kappa)\,,Q)\,,$$
$$N_{b\max} = \frac{Q^2\,(1+2\varepsilon_\kappa)-1}{2eH}.$$

Для фиксированного уровня поперечного движения сумма по всем возможным уровням Ландау в (32) слабо зависит от напряженности магнитного поля — опосредовано через зависимость $\varepsilon_0(H)$.

Распад может происходить не только в основное, но и в возбужденные состояния продольного движения. Заметим, что для неионизованного атома в магнитном поле атомные электроны могут занимать только нижние уровни связанных состояний, а общее количество уровней основного связанного состояния $N_{b\max} \gg 1$ (32). Вероятность распада в связанное состояние (32) увеличивается при увеличении магнитного поля по двум причинам: во-первых, увеличивается амплитуда A (14) и, во-вторых, эффективно увеличивается граничная энергия распада $\left(Q \to \tilde{Q}\right)$; из сравнения (29) и (32) получаем

$$\tilde{Q} = Q\sqrt{1+2\varepsilon_\kappa}. \tag{33}$$

По сравнению с разрешенными распадами вероятность запрещенных распадов дополнительно увеличивается из-за роста формфактора S_k^H. Для малых энергий распада $q = Q-1 \ll 1$ из (33) получаем

$$\tilde{q} \equiv \tilde{Q} - 1 \approx q + \varepsilon_\kappa, \tag{34}$$

для формфактора распада в основное связанное состояние получаем

$$S_k^H\,(E_b\,(n,\kappa_0)\,,Q) \approx \sum_{l=0}^{k} T_l^k\,(neH)^l \times \tag{35}$$
$$\times (Q-1-neH+\varepsilon_0)^{2(k-l)} =$$
$$= S_k^H\,(E_c\,(n,0)\,,Q+\varepsilon_0)\,.$$

В итоге для малых граничных энергий распада, переходя в сумме (32) к интегралу по $x = neH$, получаем

$$\lambda_{b\kappa}^H = G\frac{\alpha Z}{\kappa} \sum_{l=0}^{k} T_l^k l! \frac{(2k-2l+2)!}{(2k-l+3)!} \tilde{q}^{2k-l+3}. \tag{36}$$

Так как ядерные матричные элементы, определяющие коэффициент G (22), не зависят от магнитного поля, относительное увеличение вероятности $\left(\lambda_b^H/\lambda\right)_k$ уникального запрещенного β-распада порядка запрета k не зависит от ядерных матричных элементов. Пусть $\left(\lambda_b^H/\lambda\right)_0$ — относительное увеличение вероятности разрешенного β-распада, тогда

$$\eta_k \equiv \left(\frac{\lambda_b^H}{\lambda}\right)_k \Bigg/ \left(\frac{\lambda_b^H}{\lambda}\right)_0 = \tag{37}$$
$$= \frac{f_0}{f_k} \sum_{l=0}^{k} T_l^k \cdot 3l! \frac{(2k-2l+2)!}{(2k-l+3)!} \tilde{q}^{2k-l}.$$

Если граничная энергия распада мала по сравнению с энергией основного связанного состояния продольного движения, $q \ll \varepsilon_0 \ll 1$, то, пользуясь приближенным выражением для $f_k/f_0 \propto q^k$ [26], из (37) получаем качественную оценку:

$$\eta_k \propto \left(\frac{\varepsilon_0}{q}\right)^k \propto \frac{(\alpha Z)^{2k}}{q^k} \ln^{2k}\left(\frac{\sqrt{eH}}{2\alpha Z}\right), \tag{38}$$

т.е. при малых граничных энергиях формфактор уникального запрещенного β-распада увеличивается с ростом Z и уменьшением q, а также логарифмически растет с ростом напряженности магнитного поля.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наложение внешнего сверхсильного магнитного поля на атом приводит к увеличению вероятности запрещенных электронных β-распадов ядер за счет распада в связанные состояния электрона. Это увеличение существеннее, чем в случае разрешенных распадов [18], так как увеличивается не только плотность незанятых электронных состояний на ядре, но и формфактор распада. Например, сравним основные каналы распадов ^{134}Cs (разрешенный $4^+ \to 4^+$, 658 кэВ, $T_{1/2} = 2$ г.) и ^{137}Cs (уникальный запрещенный первого порядка $7/2^+ \to 11/2^-$, 514 кэВ, $T_{1/2} = 30$ лет), имеющие близкие граничные энергии распадов. Численный анализ формул (32), (35) в результате дает, что в пределах применимости рассмотренной модели отношение вероятностей распада ^{137}Cs к ^{134}Cs должно увеличиться в 3 раза.

Для β-распадов малых граничных энергий $q < < eH$ распад может происходить только на основной уровень Ландау поперечного движения. В этом случае вероятность разрешенных β-распадов в связанное состояние растет с увеличением заряда ядра пропорционально Z и увеличивается пропорционально напряженности магнитного поля [10], тогда как в отсутствии магнитного поля вероятность распада в связанное состояние пропорциональна Z^3 [11]. Вероятность разрешенных распадов перестает зависеть от магнитного поля, когда граничная энергия распада находится в диапазоне $eH \ll q \ll 1$.

Для запрещенных распадов, когда энергия распада меньше энергии связи основного уровня продольного движения, $q \ll \varepsilon_0$ (в общем случае ε_0 может быть $\sim eH$), проявляется зависимость формфактора запрещенного распада от заряда ядра и энергии распада (38). В этом случае формфактор уникального запрещенного распада увеличивается с ростом заряда ядра или уменьшением энергии распада и слабо растет с увеличением напряженности магнитного поля.

Автор выражает глубокую благодарность Л. И. Уруцкоеву за постановку задачи и обсуждение результатов, А. Е. Шабаду за плодотворные обсуждения и полезные замечания, а также А. А. Рухадзе за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. С. Бескин, УФН **152**, 683 (1987); *Осесимметричные стационарные течения в астрофизике* (Физматлит, Москва, 2006).
2. Д. Г. Яковлев, К. П. Левенфиш, Ю. А. Шибанов, УФН **169**, 825 (1999); A. Y. Potekhin, G. Chabrier, and Yu. A. Shibanov, Phys. Rev. E **60**, 2193 (1999) [astro-ph/9907006]; D. G. Yakovlev *et al.*, Phys. Rep. **354**, 1 (2001) [astro-ph/0012122].
3. M. Barkovich, J. C. D'Olivo, and R. Montemayor, Phys. Rev. D **70**, 043005 (2004) [hep-ph/0402259].
4. M. D. Duez, Y. T. Liu, S. L. Shapiro, *et al.*, Phys. Rev. D **73**, 104015 (2006) [astro-ph/0605331].
5. В. Л. Кауц, А. М. Савочкин, А. И. Студеникин, ЯФ **69**, 1488 (2006).
6. Б. Б. Кадомцев, ЖЭТФ **58**, 1765 (1970); Б. Б. Кадомцев, В. С. Кудрявцев, Письма в ЖЭТФ **13**, 61 (1971); ЖЭТФ **62**, 144 (1972).
7. С. В. Стародубцев, А. М. Романов, *Радиоактивные превращения ядер и атомная оболочка* (Изд-во АН УзССР, Ташкент, 1958).
8. Л. И. Уруцкоев, Д. В. Филиппов, УФН **174**, 1355 (2004).
9. А. И. Студеникин, ЯФ **49**, 1665 (1989).
10. K. A. Kouzakov and A. I. Studenikin, Phys. Rev. C **72**, 015502 (2005).
11. J. N. Bahcall, Phys. Rev. **124**, 495 (1961).
12. K. Takahashi *et al.*, Phys. Rev. C **36**, 1522 (1987).
13. Л. Б. Левинсон, В. Н. Ораевский, ЯФ **42**, 401 (1985).
14. A. E. Shabad and V. V. Usov, Astrophys. Space Sci. **128**, 377 (1986).
15. А. Г. Жилич, Б. С. Монозон, ФТТ **8**, 3559 (1966).
16. В. П. Крайнов, ЖЭТФ **64**, 800 (1973).
17. В. Н. Ораевский, А. И. Рез, В. Б. Семикоз, ЖЭТФ **72**, 820 (1977).
18. Д. В. Филиппов, ЯФ **70**, 280 (2007).
19. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем* (Изд-во МГУ, Москва, 1982), с. 241.
20. И. С. Баткин, Изв. АН СССР. Сер. физ. **40**, 1279 (1976).
21. В. В. Ложкарев, С. Г. Гаранин, Р. Р. Герке и др., Письма в ЖЭТФ **82**, 196 (2005); В. С. Беляев, В. И. Виноградов, А. П. Матафонов и др., Письма в ЖЭТФ **81**, 753 (2005).
22. U. Wagner, M. Tatarakis, A. Gopal, *et al.*, Phys. Rev. E **70**, 026401 (2004).
23. И. Н. Косарев, ЖТФ **75**, 73 (2005); УФН **176**, 1267 (2006);
24. В. П. Крайнов, М. Б. Смирнов, УФН **170**, 969 (2000); А. В. Андреев, Р. В. Волков, В. М. Гордиенко и др., Письма в ЖЭТФ **69**, 343 (1999); В. В. Большаков, В. М. Гордиенко и др., Письма в ЖЭТФ **79**, 80 (2004).
25. М. Престон, *Физика ядра* (Мир, Москва, 1964); О. Бор, Б. Моттельсон, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1971), т. 1.
26. Б. С. Джелепов, Л. Н. Зырьянова, Ю. П. Суслов, *Бета-процессы* (Наука, Ленинград, 1972).
27. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента* (Наука, Ленинград, 1975).
28. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика* (Физматлит, Москва, 2001).
29. Р. Натаф, *Модели ядер и ядерная спектроскопия* (Мир, Москва, 1968).

INCREASE IN THE PROBABILITY OF FORBIDDEN ELECTRON BETA DECAYS IN A SUPERSTRONG MAGNETIC FIELD

D. V. Filippov

Form factors of unique forbidden electronic β decays in an external constant homogeneous superstrong magnetic field are considered. The probability of forbidden and allowed electronic β decays in a superstrong magnetic field increases due to increase in density of the unoccupied bound electron on the nucleus. It is shown that relative increase in probability of forbidden electronic β decays in a magnetic field exceeds relative increase in probability of the allowed decays (at equal boundary energy of decay) because of the form-factor growth.