

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Условие β -стабильности ядер нейтральных атомов

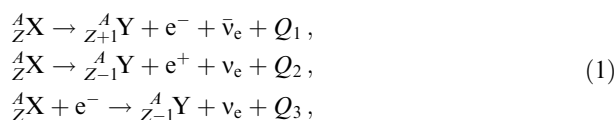
Л.И. Уруцкоев, Д.В. Филиппов

В работе показано, что необходимым и достаточным условием β -стабильности ядра нейтрального атома является минимум массы атома в изобарных рядах, что не всегда совпадает с условием минимума массы ядра, часто фигурирующим в литературе.

PACS numbers: 21.10.-k, 23.40.-s

Вопрос о формулировке условия β -стабильности ядер был поставлен практически на заре развития ядерной физики [1, 2]. Однако до середины прошлого века недостаточная точность и неполный объем экспериментальных данных по массам ядер изотопов не давал возможности полноценно проанализировать соответствие теоретических представлений и экспериментальных данных. Так как в то время точность экспериментальных данных не всегда позволяла делать различие между разностью масс ядер и разностью масс атомов, то казалось, что условия "минимума массы ядра", "минимума массы атома" и "максимума энергии связи ядра" в изобарных рядах совпадают, а отклонения от предполагаемого условия стабильности считались исключениями [1, 2]. Сейчас, благодаря доступным данным [3], стало возможным сформулировать и проверить точное условие стабильности ядер. Анализ базы данных [3] показал, что фигурирующие в литературе условия стабильности такие, как "минимум массы ядра" [4, 5] или "максимум энергии связи" [6] в изобарных рядах являются неточными; а *единственным абсолютно точным* условием β -стабильности ядра нейтрального атома является реализация изотопом минимума массы атома в изобарном ряду [7, 8].

Рассмотрим стабильность ядра по отношению к процессам, идущим без изменения количества нуклонов в ядре, т.е. за счет слабых взаимодействий, а именно электронного (β^-) или позитронного (β^+) β -распада и К-захвата:



где ν_e и $\bar{\nu}_e$ — электронные нейтрино и антинейтрино, X, Y — ядра с атомным весом A и зарядом Z (в единицах заряда электрона).

Хорошо известно [7, 8], что выделяемая ($Q > 0$) или поглощаемая ($Q < 0$) в ядерных реакциях (1) энергия может быть определена по разности масс исходных ядер и продуктов реакций:

$$Q = M_N(A_X, Z_X) - M_N(A_Y, Z_Y) \mp m_e, \quad (2)$$

где $M_N(A, Z)$ — масса ядра ${}^A_Z X$, m_e — масса покоя электрона; знак "–" соответствует β^\pm -распаду (Q_1 и Q_2), а "+" К-захвату (Q_3). Так как К-захват всегда энергетически выгоднее позитронного β^+ -распада ($Q_3 - Q_2 = 2m_e$), возможность позитронного β^+ -распада не меняет условия стабильности ядра. По определению энергии связи ядра W_N :

$$M_N(A, Z) = (A - Z)m_n + Zm_p - W_N(A, Z), \quad (3)$$

где m_p и m_n — массы покоя протона и нейтрона. Энергия связи W_N — это энергия, которую необходимо вложить для разделения ядра на составляющие его нуклоны.

Выражение (2) справедливо в том случае, когда у ядра отсутствуют электронные оболочки. При распаде ядра, находящегося в нейтральном атоме, следует учесть энергию связи электронов. При захвате орбитального электрона атом остается нейтральным, а при β^\pm -распаде образуется однозарядный ион Y^\pm (положительный при электронном β^- -распаде и отрицательный при позитронном). Однако, так как первый потенциал ионизации не превышает 25 эВ (максимальный для He — 24,58 эВ) этой величиной всегда можно пренебречь по сравнению с точностью измерения энергии связи ядра (~ 1 кэВ). В этом приближении из (2), как правильно указано в [7, 8], для распада нейтрального атома выделяемая энергия при К-захвате и электронном β^- -распаде равна:

$$Q = M_A(A_X, Z_X) - M_A(A_Y, Z_Y), \quad (4)$$

где

$$M_A(A, Z) = (A - Z)m_n + Z(m_p + m_e) - W(A, Z) \quad (5)$$

Л.И. Уруцкоев, Д.В. Филиппов, ГНУП "РЭКОМ"
Российский научный центр "Курчатовский институт",
123182 Москва, пл. Курчатова 1, Российская Федерация
Тел. (095) 196-90-90. Факс (095) 196-16-35
E-mail: filippov-atom@yandex.ru

Статья поступила 25 июля 2004 г.,
после доработки 15 ноября 2004 г.

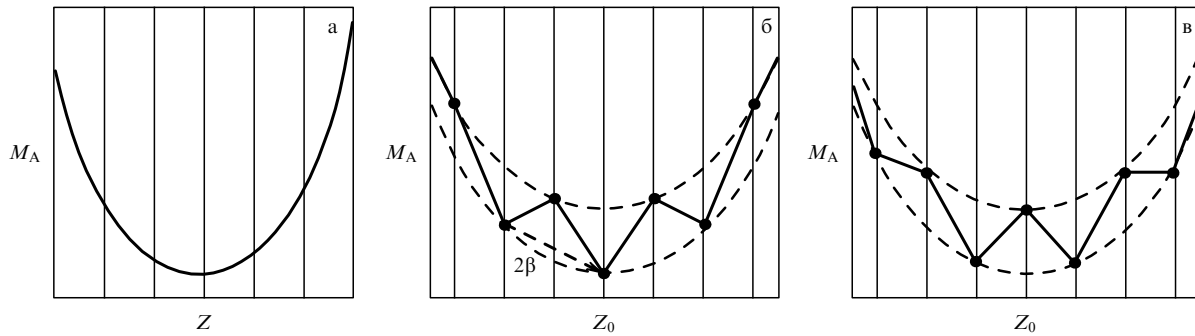


Рис. 1. Зависимость массы атома от заряда. Z_0 — минимум параболы. (а) При нечетном атомном весе A , (б) при четном A и четном Z_0 , (в) при четном A и нечетном Z_0 .

— масса атома, W — энергия связи ядра в атоме с учетом энергии полной ионизации атома $I(Z)$:

$$W(A, Z) = W_N(A, Z) + I(Z), \quad (6)$$

т.е. энергия, необходимая для разделения нейтрального атома на составляющие его протоны, нейтроны и электроны. С точностью до ZI_H ($I_H = 13,6$ эВ — потенциал ионизации водорода), которая для $Z < 100$ не хуже точности измерения энергии связи ядра, определенная таким образом энергия совпадает с энергией, необходимой для разделения ядра на нейтроны и атомы водорода:

$$M_A(A, Z) = (A - Z)m_n + ZM_H - W(A, Z), \quad (7)$$

где M_H — масса атома водорода. Так как исторически энергия связи ядра вводилась для расчетов энергий, выделяющихся в ядерных реакциях с участием нейтральных атомов, то в таблицах [3] приводятся именно атомные энергии W (6), включающие потенциал полной ионизации $I(Z)$, а не ядерные W_N . Для определения энергии ядра пользуются также дефектом массы ΔM , связанным с M_A соотношением [3]:

$$M_A(A, Z) = Am_{a.e.m.} + \Delta M(A, Z), \quad (8)$$

где $m_{a.e.m.} \approx 931,5$ МэВ — атомная единица массы; для дефекта массы выбрана нормировка $\Delta M(^{12}\text{C}) = 0$.

Хорошо известно [7, 8], что достаточным условием β -стабильности ядра является энергетический запрет всех возможных каналов распада, т.е. реакции (1) должны быть эндотермические ($Q < 0$). Рассматриваемые процессы К-захвата и β^\pm -распада осуществляют превращение ядра с сохранением количества нуклонов, т.е. перемещение по изобарному ряду ($A = \text{const}$). Следовательно, из (4), (5) достаточным условием β -стабильности ядра в нейтральном атоме является реализация минимума массы атома $M_A(A, Z)$ (равносильно минимуму дефекта массы $\Delta M(A, Z)$), включая все локальные минимумы, в изобарном ряду ($A = \text{const}$).

Обратим внимание на то, что речь идет именно о минимуме массы атома $M_A(Z)$, а не о минимуме массы ядра $M_N(Z)$ и не о максимуме энергии связи $W(Z)$. Из (3)–(8) получаем, что функции $M_A(Z)$, $M_N(Z)$ и $W(Z)$ связаны следующим образом:

$$M_N(Z) = M_A(Z) + I(Z) - Zm_e, \quad (9)$$

$$-W(Z) = M_A(Z) - Am_n + Z\tilde{m},$$

где $\tilde{m} = m_n - m_p - m_e = 782,3$ кэВ. Так как функции $M_N(Z)$ и $W(Z)$ отличаются на изобарных рядах ($A = \text{const}$) от $M_A(Z)$ прибавлением монотонных по Z членов (9), то качественно эти три функции (M_A , M_N , W) имеют один и тот же вид, но минимумы $M_N(Z)$ могут переместиться в сторону больших Z , а максимумы энергии связи $W(Z)$ могут переместиться в сторону меньших Z по отношению к минимумам функции $M_A(Z)$ (последние совпадают с минимумами $\Delta M(Z)$).

Для описания качественной зависимости энергии связи от заряда ядра на изобарном ряде можно воспользоваться хорошо известной полуэмпирической формулой Вейцзеккера [7, 8]; с учетом (9) для массы атома можно записать:

$$M_A(A, Z) = Am_n - Z\tilde{m} - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_{\text{SYM}} \frac{(A/2 - Z)^2}{A} - a_P \frac{\delta}{A^P} - I(Z), \quad (10)$$

где $a_V = 15,75$ МэВ, $a_S = 17,8$ МэВ, $a_C = 0,71$ МэВ, $a_{\text{SYM}} = 94,8$ МэВ, $a_P = 34$ МэВ — соответственно коэффициенты энергии ядра: объемной, поверхностной, кулоновской, симметрии и спаривания. Коэффициент δ ответствен за эффект спаривания: $\delta = 0$ для ядер с нечетным A , $\delta = 1$ для четно-четных ядер (четное количество нейтронов и четное количество протонов), $\delta = -1$ для нечетно-нечетных ядер; степень P в последнем члене (спаривания) разные авторы принимают равным от $1/3$ до 1. Напомним хорошо известный факт, следующий из формулы Вейцзеккера (10): на изобарных рядах нечетных A графиком зависимости $M_A(Z)$ является парабола с одним минимумом ($\delta = 0$) (рис. 1а), а на изобарных рядах четных A — график $M_A(Z)$ представляет собой ломаную линию, заключенную между двумя параболками, соответствующим четным Z ($\delta > 0$) и нечетным Z ($\delta < 0$) (рис. 1б, в). В последнем случае функция $M_A(Z)$ может реализовывать (в зависимости от A) один, два или три минимума. На рисунке 1б изображен случай, когда при четном A минимум параболы соответствует четному Z , а рис. 1в соответствует случаю минимума параболы на нечетном Z .

Несложный анализ базы данных [3] показывает, что все без исключения стабильные изотопы реализуют минимумы массы атомов $M_A(Z)$ в соответствующих изобарных рядах. Более того, анализ показал, что в природе реализуются все процессы β -распада и К-захвата, разрешенные энергетически (никаких других

запретов нет). То есть справедливо следующее утверждение:

Для β -стабильности ядра нейтрального атома (устойчивости по отношению к однократным процессам β^\pm -распада и К-захвата) необходимо и достаточно, чтобы данный изотоп реализовывал минимум массы атома в изобарном ряду ($A = \text{const}$).

Заметим, что 12 встречающихся в природе изотопов, которые не реализуют минимум $M_A(Z)$, являются, хотя и долгоживущими, но нестабильными (^{40}K , ^{48}Ca , ^{50}V , ^{87}Rb , ^{96}Zr , ^{113}Cd , ^{115}In , ^{123}Te , ^{138}La , ^{176}Lu , ^{187}Re , $^{80}\text{Ta}^m$); напротив, в природе не встречаются β -стабильные изотопы с атомными массами 5 и 8, так как они нестабильны по отношению к распадам: $^5\text{He} \rightarrow ^4\text{He} + n$, $^8\text{Be} \rightarrow 2^4\text{He}$. Для атомных весов $A > 141$ энергетически становится возможным α -распад, который для некоторых изотопов с атомными весами из интервала $210 > A > 141$ оказывается запрещенным, но все изотопы с $A > 209$ α -активны. Особо следует отметить встречающийся в природе изотоп $^{180}\text{Ta}^m$, являющийся долгоживущим ($1,2 \times 10^{15}$ лет) изомерным возбужденным состоянием ядра. Столь большой период полураспада объясняется большой разностью спинов изомерного (9^-) и основного (1^+) состояний.

Для определения связи между зарядом Z и массой ядра A стабильных изотопов, найдем минимум массы атома $M_A(Z)$ в изобарном ряду. Энергия ионизации $I(Z)$ является малой величиной даже по сравнению с малым членом Zm_e , который отличает M_A от M_N (9). (Энергию ионизации $I(Z)$ можно учесть, пользуясь приближением модели Томаса–Ферми [9], но это будет превышением точности, так как кулоновский член формулы Вейцекера имеет меньшую точность). Аналогично [7, 8] представим (10) в виде:

$$M_A(A, Z) = C_1(A) + C_2(A)(Z - Z_0)^2 - \delta(A, Z)a_p A^{-p}, \quad (11)$$

где

$$Z_0 = \frac{A a_{\text{SYM}} + a_c A^{-1/3} + \tilde{m}}{2 \frac{a_{\text{SYM}}}{A} + a_c A^{2/3}}, \quad (12)$$

$$C_2(A) = \frac{a_{\text{SYM}}}{A} + a_c A^{-1/3},$$

$$C_1(A) = A(m_n - a_v) + a_s A^{2/3} - Z_0^2 C_2(A) + a_{\text{SYM}} \frac{A}{4}.$$

Так как Z может принимать только целые значения, то минимум $M_A(Z)$ будет достигаться на ближайшем целом к Z_0 , определенным в (12). Это легко видеть из того, что парабола (11) симметрична относительно $Z = Z_0$. Рисунок 1б соответствует случаю, когда при четном A значение Z_0 ближе к четному Z , а рис. 1в соответствует случаю, когда при четном A значение Z_0 ближе к нечетному Z .

Минимум массы ядра M_N достигается при условии, аналогичном (12), но с заменой

$$\tilde{m} \rightarrow \tilde{m} + m_e = m_n - m_p. \quad (13)$$

Казалось бы, что так как $m_e \ll a_{\text{SYM}} = 94,8$ МэВ, различием (13) между условиями минимумов функций M_A и M_N можно пренебречь, однако в тех случаях, когда Z_0 (12) оказывается близким к полупелым значениям, даже

такое малое изменение как m_e/a_{SYM} может изменить ближайшее целое к Z_0 на единицу.

Действительно, анализ базы данных [3] показывает неточность предположения о том, что минимум массы ядра $M_N(Z)$ является достаточным условием β -стабильности нейтрального атома. Так, например, более 30 изотопов, реализующих минимум массы ядра $M_N(Z)$ на изобарных рядах, нестабильны по отношению к К-захвату. В качестве характерного примера можно привести следующий: минимум массы атома для изобарного ряда с атомным весом 55 достигается на единственном стабильном изотопе марганца ^{55}Mn , а минимумом массы ядра достигается на нестабильном изотопе ^{55}Fe (период распада 2,7 года). Ядро ^{55}Mn тяжелее ядра ^{55}Fe : $M_N(^{55}\text{Mn}) - M_N(^{55}\text{Fe}) \approx 280$ кэВ, а атом ^{55}Mn легче атома ^{55}Fe : $M_A(^{55}\text{Fe}) - M_A(^{55}\text{Mn}) \approx 231$ кэВ.

Аналогично, неточно предположение об условии β -стабильности как максимуме энергии связи ядра: 60 изотопов, реализующих максимум энергии связи, являются β -активными.

Обратим внимание на то, что "истинно" β -стабильными являются изотопы, реализующие абсолютные минимумы массы атома M_A в изобарном ряду, так как изотопы, реализующие локальные минимумы, могут распадаться в абсолютный минимум за счет двойного β^\pm -распада или двойного К-захвата (рис. 1б). Конечно, вероятность таких процессов мала, но не равна нулю. Так, например, двойной β^- -распад зарегистрирован для ^{82}Se (10^{20} лет), ^{100}Mo (10^{19} лет), ^{128}Te ($2,2 \times 10^{24}$ лет) и ^{150}Nd ($> 10^{19}$ лет). Для указанных изотопов одинарные β^- -распады энергетически запрещены. Эта ситуация отличается от двойного β^- -распада ^{96}Zr , который устойчив и по отношению к одинарному β^- -распаду ($^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Nb} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$).

Мы рассмотрели вопрос об условии стабильности ядра нейтрального атома. Известно, что деформация электронных оболочек атома приводит к изменению периодов β -распада ядра. В обзорных монографиях [10, 11] подробно изложен вопрос о влиянии электрического поля атома на вероятности β -распада ядра. Влияние изменений электронной оболочки атома на β -распад ядра трития подробно рассмотрено в работах [12, 13], где приведены также убедительные данные экспериментов.

Необходимо обратить внимание на то, что за счет ионизации атома могут измениться не только вероятности β -распада нестабильных ядер, но могут измениться и условия стабильности ядер (стабильные в нейтральном атоме ядра могут стать нестабильными). В работах [14–17] строится теория β^- -распада в связанное состояние электрона (при котором β^- -электрон не покидает атом, а занимает свободную орбиту). Обращается внимание [18] на то, что распад в связанное состояние дополнительно увеличивает фазовый объем конечных состояний и, следовательно, увеличивает вероятность β^- -распада. Пользуясь приближением модели Томаса–Ферми для потенциала ионизации атома [9]:

$$I(Z) \cong 20,8 Z^{7/3} \text{ эВ}$$

и выражением потенциала ионизации водородоподобного иона (ядро с одним последним электроном) [9]:

$$I^{1c}(Z) = 13,6 Z^2 \text{ эВ},$$

получаем, что разница между потенциалами ионизации двух рядом стоящих элементов $I(Z+1) - I(Z) \propto Z^{4/3}$ растет медленнее, чем потенциал ионизации водородо-подобного иона, и практически для всех атомов ($Z > 7$):

$$I(Z+1) - I(Z) < I^{1e}(Z) < I^{1e}(Z+1).$$

Следовательно, для энергии β^- -распада полностью ионизованного ядра в связанное состояние электрона:

$$Q = Q_0 + I(Z) - I(Z+1) + I^{1e}(Z+1) > Q_0,$$

где Q_0 — энергия распада ядра в нейтральном атоме. То есть при полной ионизации атома β^- -распад в связанное состояние становится энергетически более выгодным, чем β^- -распад нейтрального атома. Анализ базы данных [3] показывает, что ряд стабильных ядер нейтральных атомов становится нестабильным по отношению к β^- -распаду в связанное состояние при полной ионизации: ^{163}Dy , ^{193}Ir , ^{205}Tl , что подтверждено экспериментально [19].

Теория β^- -распада в связанное состояние была экспериментально подтверждена в работах [19, 20]. Нейтральным атомом с минимальной энергией β^- -распада является ^{187}Re (2,66 кэВ). В работе [20] был исследован процесс β^- -распада полностью ионизованного ^{187}Re . Особенностью ^{187}Re заключается в том, что для полностью ионизованного атома при β^- -распаде в связанное состояние появляется возможность перехода на возбужденный уровень ^{187}Os (9,75 кэВ). Это приводит к изменению схемы распада и существенному увеличению вероятности распада, так как в открывшемся канале β^- -распад происходит между ядерными состояниями, отличающимися спином на единицу ($5/2^+ \rightarrow 3/2^-$), а β^- -распад в основное состояние имеет более высокую степень запрета ($5/2^+ \rightarrow 1/2^-$). Полная ионизация уменьшила период полураспада в 10^9 раз ($4,3 \times 10^{10}$ лет для нейтрального атома; 33 года для полностью ионизованного атома).

Итак, мы видим, что во многих задачах распада ядер и даже в классическом вопросе об условии стабильности

следует корректно учитывать малые по сравнению с энергией связи ядра члены порядка массы электрона; в частности условия стабильности (и схемы распада [21]) ядер полностью ионизованных атомов и ядер, находящихся в нейтральных атомах, различны.

Список литературы

1. Ферми Э *Ядерная физика* (М.: ИЛ, 1951)
2. Блатт Дж, Вайскопф В *Теоретическая ядерная физика* (М.: ИЛ, 1954)
3. Audi G, Wapstra A H *Nucl. Phys. A* **595** 409 (1995)
4. Бор О, Моттельсон Б *Структура атомного ядра* Т. 1 (М.: Мир, 1971) с. 200
5. Кузьмичев В Е *Законы и формулы физики* (Киев: Наукова думка, 1989) с. 645
6. Глестон С *Атом. Атомное ядро. Атомная энергия* (М.: ИЛ, 1961) с. 391
7. Сивухин Д В *Общий курс физики* Т. 5 *Атомная и ядерная физика* (М.: Физматлит, 2002) с. 468
8. Мухин К Н *Экспериментальная ядерная физика* Т. 1 (М.: Атомиздат, 1974)
9. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Физматлит, 2001) с. 315
10. Желепов Б С, Зырянова Л Н *Влияние электрического поля атома на бета-распад* (М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1956)
11. Желепов Б С, Зырянова Л Н, Суслев Ю П *Бета-процессы: функции для анализа бета-спектров и электронного захвата* (Л.: Наука, 1972)
12. Акулов Ю А, Мамырин Б А *УФН* **173** 1187 (2003)
13. Мамырин Б А, Акулов Ю А *УФН* **174** 791 (2004)
14. Bahcall J N *Phys. Rev.* **124** 495 (1961)
15. Баткин И С *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **40** 1279 (1976)
16. Takahashi K, Yokoi K *Nucl. Phys. A* **404** 578 (1983)
17. Takahashi K, Boyd R N, Mathews G J, Yokoi K *Phys. Rev. C* **36** 1522 (1987)
18. Гареев Ф А, Жидкова И Е, Ратис Ю Л, Препринт № P4-2004-68 (Дубна: ОИЯИ, 2004)
19. Jung M et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 2164 (1992)
20. Bosch F et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 5190 (1996)
21. Рухадзе А А, Уруцкоев Л И, Филиппов Д В *Кратк. сообщ. по физике ФИАН* (1) 5 (2004)

β^- -stability condition for the nuclei of neutral atoms

L.I. Urutskoev, D.V. Filippov
"RECOM" Russian Research Centre "Kurchatov Institute",
pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 196-90 90. Fax (7-095) 196-16 35
E-mail: filippov-atom@yandex.ru

It is shown that a necessary and sufficient condition for the β^- -stability of a nucleus in a neutral atom is that the mass of the atom be a minimum within the isobar series, which is not always the same as the often cited minimum mass requirement for the nucleus.

PACS numbers: **21.10. - k**, **23.40. - s**

Bibliography — 21 references

Received 25 July 2004, revised 15 November 2004